Hinweise: Alle Aufgaben sind vollständig zu lösen.
Erlaubte Hilfsmittel sind einsprachiges Wörterbuch,
Tafelwerk und nichtgrafikfähiger Taschenrechner.

Aufgabe 1

Für einen Betrieb werden die Kosten in Abhängigkeit von der Absatzmenge x durch folgende Gesamtkostenfunktionen dargestellt:

$\boldsymbol{K_t}$: $\boldsymbol{K_t(x) = 0,5x^3 - tx^2 + 30x + 25 \quad (t \epsilon R; D = R^{\geq 0})}$

1.1 Ermitteln Sie, für welche Werte von t die Kostenfunktion K_t keine Extremstellen hat. Erläutern Sie, warum in der Wirtschaft nur solche Kostenfunktionen sinnvoll sind!

Für die nachfolgenden Aufgabenteile sei $\boldsymbol{t = 6.}$

1.2 Berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunktes der Funktion K_6 und bestimmen Sie das Krümmungsverhalten am Wendepunkt!
Bestimmen Sie den Ordinatenschnittpunkt und beschreiben Sie dessen wirtschaftliche Bedeutung!

1.3 Eine Marktanalyse hat ergeben, dass der Preis, der für die Produkte zu erzielen ist, durch eine lineare Preis-Absatz-Funktion beschrieben werden kann.
Folgende Punkte dieser Funktion sind bekannt:

$\boldsymbol{A(2|36),\ B(4|24)}$

Geben Sie die Gleichungen der Preis-Absatz-Funktion $\boldsymbol{p}$ und der Erlösfunktion $\boldsymbol{E}$ an!
Welche Produktionsmengen sind ökonomisch sinnvoll? Wie groß ist der Höchstpreis und von welcher Menge an ist der Markt gesättigt?
Zeigen Sie, dass die Erlösfunktion ein Maximum besitzt und berechnen Sie den maximal zu erzielenden Erlös!

1.4 Welcher Preis muss mindestens gefordert werden um langfristig kostendeckend zu produzieren?

1.5 Durch welchen Funktionsterm wird der Gewinn dieses Betriebes beschrieben?

Ermitteln Sie mit Hilfe dieser Gewinnfunktion $\boldsymbol{G}$ den break-even-point und die Gewinngrenze als Kapazitätsgrenze!

Bestimmen Sie die gewinnmaximale Absatzmenge, den dazugehörigen maximalen Gewinn und den Preis, bei dem der maximale Gewinn erzielt wird!

1.6 Stellen Sie $\boldsymbol{K_6}$, $\boldsymbol{p}$ und $\boldsymbol{E}$ in einem Koordinatensystem grafisch dar und kennzeichnen Sie hier die Gewinnzone sowie die ermittelte Kapazitätsgrenze. (Arbeitsblatt AB I)

<u>Aufgabe 2</u>

Gegeben sei die Funktion f durch $\boldsymbol{f(x) = (x^2 - x - 2) \cdot e^{\frac{1}{2}x}}$ mit $\boldsymbol{D(f) = R}$.

2.1 Untersuchen Sie diese Funktion in Bezug auf ihr Grenzverhalten für $|x| \to \infty$!

2.2 Ermitteln Sie die Koordinaten der Schnittpunkte des Grafen von f mit den Koordinatenachsen sowie seiner Extrem – und Wendepunkte!
Formulieren Sie eine Aussage zum Monotonieverhalten dieser Funktion!

2.3 Zeichnen Sie den Grafen dieser Funktion mindestens im Intervall $I = [-8; 2{,}5]$! (Arbeitsblatt AB II)

2.4 Der Graf der Funktion f und die Abszissenachse begrenzen ein Flächenstück vollständig. Berechnen Sie eine Maßzahl für den Inhalt dieser Fläche!

2.5 Im III.Quadranten soll in die Fläche zwischen $G(f)$ und beiden Koordinatenachsen ein Rechteck so einbeschrieben werden, dass ein Eckpunkt der Koordinatenursprung und sein Inhalt maximal ist.

Berechnen Sie für diesen Fall die Koordinaten der anderen Eckpunkte des Rechtecks!

Aufgabe 3

3.1 Drei Zahlen bilden eine geometrische Folge mit der Summe 39.
Die mittlere Zahl ist 10. Wie heißen die beiden anderen Zahlen?

3.2 Der Summenwert aus dem ersten und dem dritten Glied einer geometrischen Zahlenfolge mit positivem Quotienten beträgt 68, das Produkt dieser Glieder beträgt 256. Berechnen Sie das Anfangsglied und den Quotienten dieser Folge!

3.3 Eine junge Frau hat die Wahl zwischen folgenden Kapitalien:

$12000,-$ €, Auszahlung sofort oder

$22500,-$ €, Auszahlung in 10 Jahren oder

$36000,-$ €, Auszahlung in 20 Jahren.

Welches Kapital ist - bezogen auf einen gemeinsamen Stichtag - das höchste, wenn man von einer 6%igen Verzinsung ausgeht?

3.4 Eine Maschine im Wert von $120\,000,-$€ wird eine bestimmte Zeit mit 20% degressiv abgeschrieben, danach einen doppelt so langen Zeitraum mit 10%. Der Restwert beträgt $21\,158,-$ €. Wie lange wurde abgeschrieben?

3.5 Gegeben ist die Isoquantenfunktion I mit $\boldsymbol{I(x) = \frac{24}{x-3} + 5}$. Eine Einheit des Faktors x kostet $20,-$€ und eine Einheit des Faktors y kostet $30,-$€.

Ermitteln Sie mit Hilfe der Funktionsgleichungen $y = mx + b$ der Isokostenkurvenschar $I_{k,b}$, die Minimalkostenkombination der Faktoren x und y sowie den für die Realisierung dieser Kombination erforderlichen Geldbetrag!